

Capítulo 5



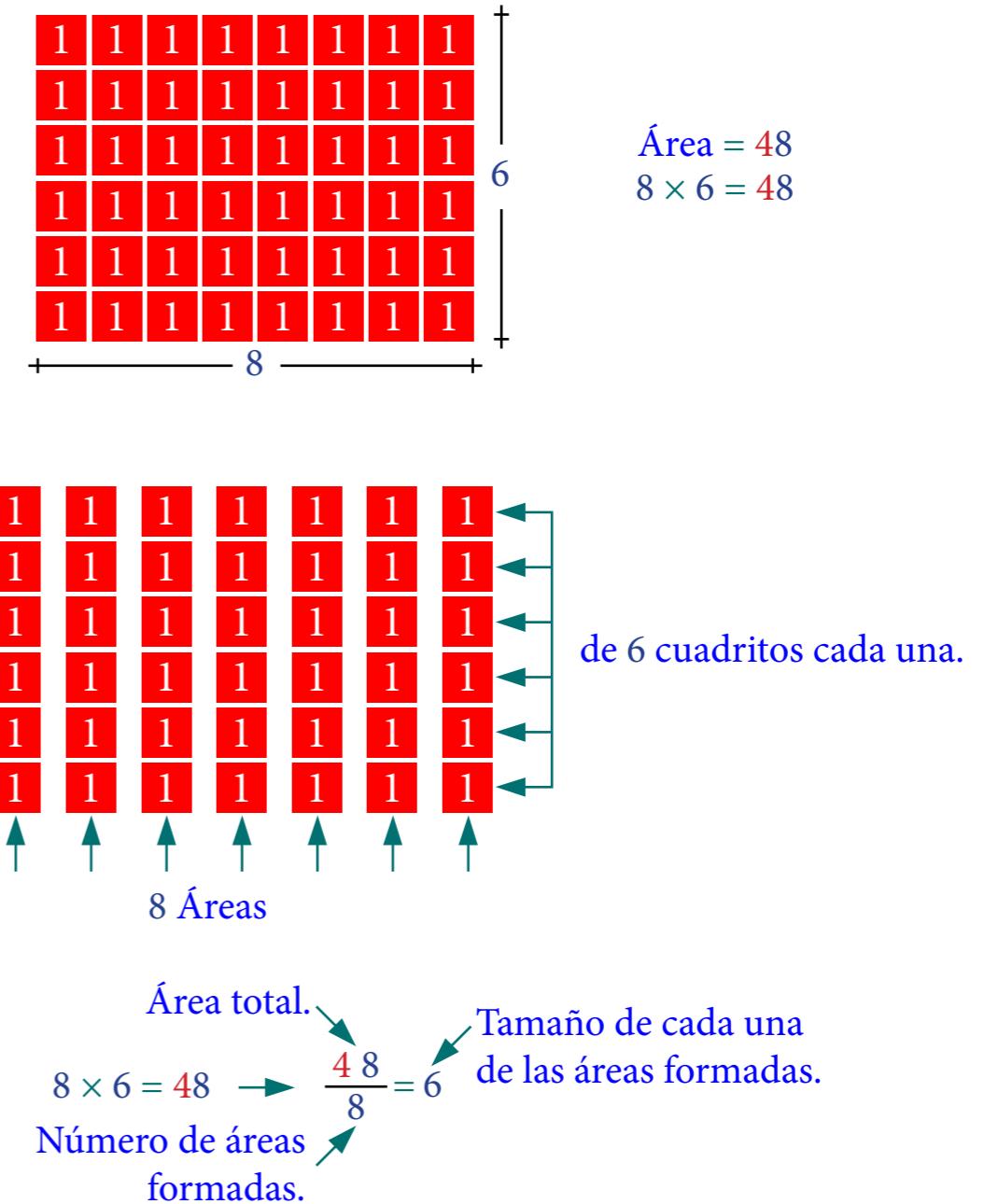
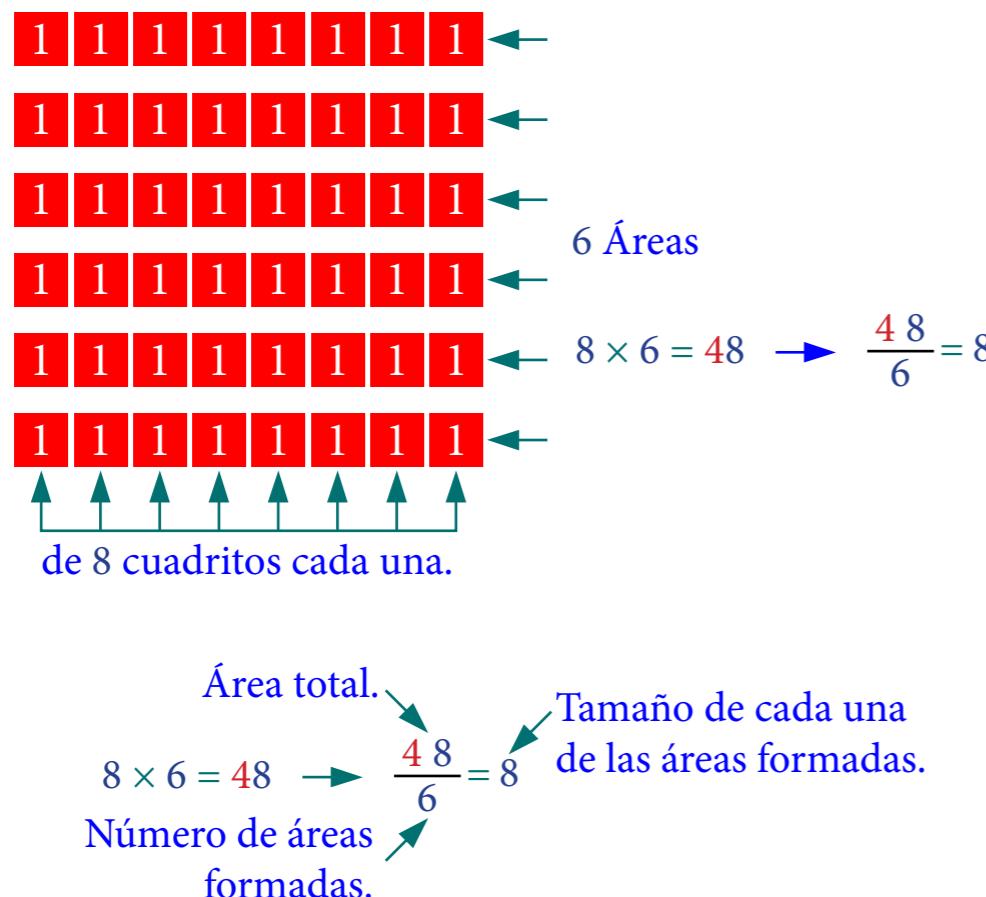
Operaciones Básicas
División

División

Tercer Nivel de Abstracción

Concepto de división

La división es la operación inversa de la multiplicación. En la multiplicación agrupamos o sumamos los cuadritos que forman el área, en la división los separamos o dividimos en áreas más pequeñas.



Notación de división

Para representar la división de dos números, se puede hacer de dos maneras diferentes: utilizando notación de fracción o el símbolo de división \div .

$$\begin{array}{c} \text{Dividendo.} \rightarrow \quad \text{Divisor.} \\ \text{Dividendo.} \rightarrow \frac{4}{6} = 8 \quad \text{Cociente.} \end{array}$$

Tablas de dividir

Para construir las tablas de dividir utilizamos la propiedad de la división como operación inversa de la multiplicación.

$\text{Área} = 10$

$$5 \times 2 = 10$$

de 5 cuadritos
cada una

De esta forma construimos todas las tablas de dividir. De hecho, las tablas de dividir y multiplicar son las mismas, lo único que cambia es la forma como las leemos

Podemos también utilizar la tabla de referencia de rápida de la multiplicación para construir las tablas de dividir.

Leemos la división de dentro hacia fuera.

Por ejemplo

\times	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

$$\frac{56}{7} = 8$$

Utilizando los cuadritos del material didáctico construimos las tablas de dividir.

$$\begin{array}{l} 2 \div 2 = 1 \\ 4 \div 2 = 2 \\ 6 \div 2 = 3 \\ 8 \div 2 = 4 \\ 10 \div 2 = 5 \\ 12 \div 2 = 6 \\ 14 \div 2 = 7 \\ 16 \div 2 = 8 \\ 18 \div 2 = 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3 \div 3 = 1 \\ 6 \div 3 = 2 \\ 9 \div 3 = 3 \\ 12 \div 3 = 4 \\ 15 \div 3 = 5 \\ 18 \div 3 = 6 \\ 21 \div 3 = 7 \\ 24 \div 3 = 8 \\ 27 \div 3 = 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4 \div 4 = 1 \\ 8 \div 4 = 2 \\ 12 \div 4 = 3 \\ 16 \div 4 = 4 \\ 20 \div 4 = 5 \\ 24 \div 4 = 6 \\ 28 \div 4 = 7 \\ 32 \div 4 = 8 \\ 36 \div 4 = 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5 \div 5 = 1 \\ 10 \div 5 = 2 \\ 15 \div 5 = 3 \\ 20 \div 5 = 4 \\ 25 \div 5 = 5 \\ 30 \div 5 = 6 \\ 35 \div 5 = 7 \\ 40 \div 5 = 8 \\ 45 \div 5 = 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 6 \div 6 = 1 \\ 12 \div 6 = 2 \\ 18 \div 6 = 3 \\ 24 \div 6 = 4 \\ 30 \div 6 = 5 \\ 36 \div 6 = 6 \\ 42 \div 6 = 7 \\ 48 \div 6 = 8 \\ 54 \div 6 = 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 7 \div 7 = 1 \\ 14 \div 7 = 2 \\ 21 \div 7 = 3 \\ 28 \div 7 = 4 \\ 35 \div 7 = 5 \\ 42 \div 7 = 6 \\ 49 \div 7 = 7 \\ 56 \div 7 = 8 \\ 63 \div 7 = 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 8 \div 8 = 1 \\ 16 \div 8 = 2 \\ 24 \div 8 = 3 \\ 32 \div 8 = 4 \\ 40 \div 8 = 5 \\ 48 \div 8 = 6 \\ 56 \div 8 = 7 \\ 64 \div 8 = 8 \\ 72 \div 8 = 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 9 \div 9 = 1 \\ 18 \div 9 = 2 \\ 27 \div 9 = 3 \\ 36 \div 9 = 4 \\ 45 \div 9 = 5 \\ 54 \div 9 = 6 \\ 63 \div 9 = 7 \\ 72 \div 9 = 8 \\ 81 \div 9 = 9 \end{array}$$

Algoritmo de la División

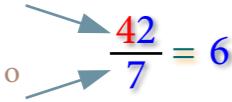
Tercer Nivel de Abstracción

Primer paso

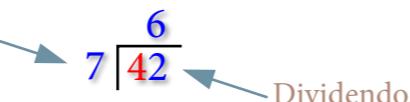
Formas de escribir las divisiones

Existen dos formas de efectuar la división de dos cantidades: en forma de fracción y utilizando el símbolo de la casita.

$$42 \div 7 = 6$$

Numerador o dividendo.

$$\frac{42}{7} = 6$$

Notación de fracción.

Divisor.

$$7 \overline{)42} \quad \begin{matrix} 6 \\ \hline 3 \end{matrix}$$

La casita.
División larga.

Segundo paso

Encontrar el número menor más cercano

El algoritmo de la división, es el primer procedimiento que aprendemos para hacer operaciones, en el cual tenemos que tomar decisiones.

Cuando dividimos dos números y el resultado no está en las tablas de dividir, es decir, el resultado no es exacto, entonces tenemos que encontrar el número menor más cercano cuyo resultado sí está en las tablas.

Dividir: $27 \div 4$

El número menor más cercano a 27 que se divide en forma exacta entre 4 es 24. $24 \div 4 = 6$

Para efectuar la división utilizando la notación de fracción, descomponemos el número 27 en $24 + 3$.

$$\frac{27}{4} = \frac{24+3}{4} = \frac{24}{4} + \frac{3}{4} = 6 + \frac{3}{4} = 6 \frac{3}{4}$$

Notación mixta.
Residuo.

Para efectuar la división utilizando la casita, seguimos el mismo procedimiento. Multiplicamos 6×4 y el resultado lo restamos a 27.

$$\begin{array}{r} \times \\ 4 \end{array} \overline{)27} \quad \begin{array}{r} 6 \\ -24 \\ \hline 3 \end{array} \quad \rightarrow \quad R = 6 + \frac{3}{4} = 6 \frac{3}{4}$$

Residuo.

El residuo es $\frac{3}{4}$ porque 3 aún tiene que ser dividido entre 4.

Tercer paso

Todas las columnas numéricas se comportan de la misma manera.

La división de un dígito o dígitos la efectuamos en la columna en la cual se encuentra y añadimos el número de ceros que se requiera.

The diagram illustrates the division of 800,000 by 2 using six vertical columns representing different place values: Centenas de millar, Decenas de millar, Unidades de millar, Centenas, Decenas, and Unidades. Each column contains a division equation where the top number is either a single digit or a two-digit number ending in zero, and the divisor is 2. The quotient for each column is 4. Arrows point from the first column down to the last, indicating the process of dividing each column sequentially. Brackets at the bottom group the columns into pairs: (Centenas de millar, Decenas de millar), (Unidades de millar, Centenas), and (Decenas, Unidades). The final result is 400,000.

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c} \text{Centenas de millar} & \text{Decenas de millar} & \text{Unidades de millar} & \text{Centenas} & \text{Decenas} & \text{Unidades} \\ \hline \frac{8}{2} = 4 & \frac{8}{2} = 4 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \frac{80,000}{2} = 40,000 & \frac{8,000}{2} = 4,000 & \frac{800}{2} = 400 & \frac{80}{2} = 40 & \frac{8}{2} = 4 & \frac{8}{2} = 4 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \frac{800,000}{2} = 400,000 & & & & & \end{array}$$

Cuarto Nivel de Abstracción

Cuarto paso

Descomponer el número y dividir empezando en la columna de la izquierda

Para dividir cualquier número, lo descomponemos de tal forma, que empezando por la columna de la izquierda, el número se divide en forma exacta entre el divisor.

La división la podemos hacer utilizando la notación de fracción o la casita. Si el residuo no es cero, el resultado se expresa como una fracción en notación mixta.

Hacemos la división en notación de fracción.

$$\frac{79}{5} = \frac{50 + 29}{5} = \frac{50 + 25 + 4}{5} = \frac{50}{5} + \frac{25}{5} + \frac{4}{5} = 10 + 5 + \frac{4}{5} = 15 \frac{4}{5}$$

↑
Residuo.

Hacemos la división utilizando la casita comparando con la división en notación de fracción.

$$\frac{79}{5} = \frac{\boxed{50+29}}{5} = \frac{50+25+4}{5} = \frac{\boxed{50}}{5} + \frac{25}{5} + \frac{4}{5} = \boxed{10} + 5 + \frac{4}{5} = 15 \frac{4}{5}$$

El número menor más cercano a 70 que se divide en forma exacta entre 5 es 50.
Efectuamos la división.

$$\frac{79}{5} = \frac{50 + \boxed{29}}{5} = \frac{50 + 25 + 4}{5} = \frac{50}{5} + \frac{25}{5} + \frac{4}{5} = 10 + 5 + \frac{4}{5} = 15 \frac{4}{5}$$

Efectuamos la multiplicación y restamos. Obtenemos 29.

$$\frac{79}{5} = \frac{50 + \boxed{29}}{5} = \frac{50 + 25 + 4}{5} = \frac{50}{5} + \frac{25}{5} + \frac{4}{5} = 10 + \boxed{5} + \frac{4}{5} = 15 \frac{4}{5}$$

El número menor más cercano a 29 que se divide en forma exacta entre 5 es 25.
Efectuamos la división.

$$\frac{79}{5} = \frac{50 + \boxed{29}}{5} = \frac{50 + 25 + 4}{5} = \frac{50}{5} + \frac{25}{5} + \frac{4}{5} = 10 + 5 + \frac{4}{5} = 15 \frac{4}{5}$$

Efectuamos la multiplicación y restamos el residuo.

$$R = 15 + \frac{4}{5} = 15 \frac{4}{5}$$

↑
Residuo.

Efectuamos la división $979 \div 4$ utilizando notación de fracción y la casita.

El número menor más cercano a 9 que se divide en forma exacta entre 4 es 8.

$$\begin{array}{r} 979 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 4 \longdiv{979} \\ \hline 9 \end{array}$$

Descomponemos 979 en:
800 + 179.

$$\frac{979}{4} = \frac{800 + 179}{4}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 4 \longdiv{979} \\ \hline 800 \\ -800 \\ \hline 179 \end{array}$$

1 es menor a 4, por lo cual, tomamos 17.

El número más cercano menor a 17 que se divide en forma exacta entre 4 es 16.

$$\frac{979}{4} = \frac{800 + 179}{4}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 4 \longdiv{979} \\ \hline 800 \\ -800 \\ \hline 179 \end{array}$$

Descomponemos 179 en:
160 + 19.

$$\frac{979}{4} = \frac{800 + 160 + 19}{4}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 4 \longdiv{979} \\ \hline 800 \\ -800 \\ \hline 179 \\ -160 \\ \hline 19 \end{array}$$

1 es menor a 4, por lo cual, tomamos 19.

El número más cercano menor a 19 que se divide en forma exacta entre 4 es 16.

$$\frac{979}{4} = \frac{800 + 160 + 19}{4}$$

$$\begin{array}{r} 244 \\ 4 \longdiv{979} \\ \hline 800 \\ -800 \\ \hline 179 \\ -160 \\ \hline 19 \end{array}$$

Descomponemos 19 en:

$$16 + 3. \quad \frac{979}{4} = \frac{800 + 160 + 16 + 3}{4}$$

$$\begin{array}{r} \times \\ 244 \\ 4 \longdiv{979} \\ -800 \\ \hline 179 \\ -160 \\ \hline 19 \\ -16 \\ \hline 3 \end{array}$$

Planteamos las sumas de fracciones.

$$\frac{979}{4} = \frac{800}{4} + \frac{160}{4} + \frac{16}{4} + \frac{3}{4}$$

$$\begin{array}{r} \times \\ 244 \\ 4 \longdiv{979} \\ -800 \\ \hline 179 \\ -160 \\ \hline 19 \\ -16 \\ \hline 3 \end{array}$$

Efectuamos las divisiones.

$$\frac{979}{4} = 200 + 40 + 4 + \frac{3}{4} = 244 + \frac{3}{4} = 244\frac{3}{4}$$

$$R = 244 + \frac{3}{4} = 244\frac{3}{4}$$

Residuo.

Números Fraccionarios y Decimales

Cuarto Nivel de Abstracción

Recorrer las columnas numéricas de derecha a izquierda

Multiplicar por 10

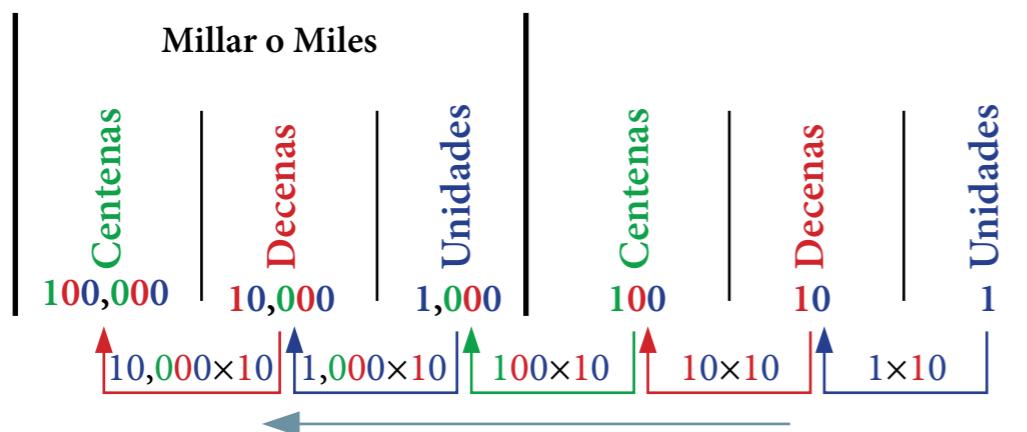
Al sistema de numeración le llamamos *decimal* porque está basado en el número 10, ya que utilizamos los dedos de las manos para crear los 10 símbolos que construyen todos los números naturales.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

Porque el sistema de numeración decimal tiene 10 símbolos, también se llama sistema de numeración base 10.

Por lo cual, cuando pasamos de la columna de las unidades a la columna de las decenas, es equivalente a multiplicar por 10, ya que 1 decena tiene 10 unidades.

Cuando pasamos de la columna de las decenas a la columna de las centenas, es equivalente a multiplicar por 10, ya que 1 centena tiene 10 decenas.

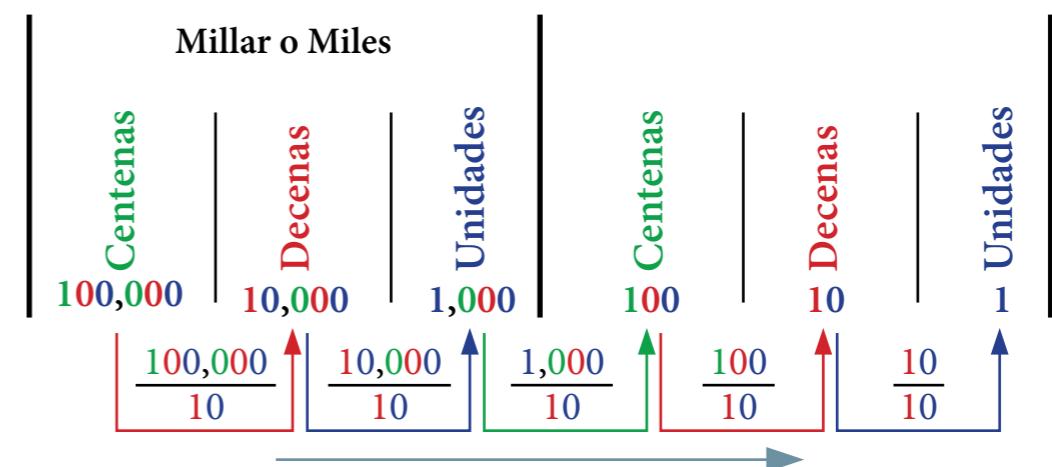


Recorriendo las columnas numéricas de *derecha* a *izquierda* multiplicamos por 10.

Recorrer las columnas numéricas de izquierda a derecha

Dividir entre 10

La división es la operación inversa de la multiplicación, por lo cual, al recorrer las columnas numéricas de izquierda a derecha, dividimos entre 10.



Recorriendo las columnas numéricas de *izquierda* a *derecha* dividimos entre 10.

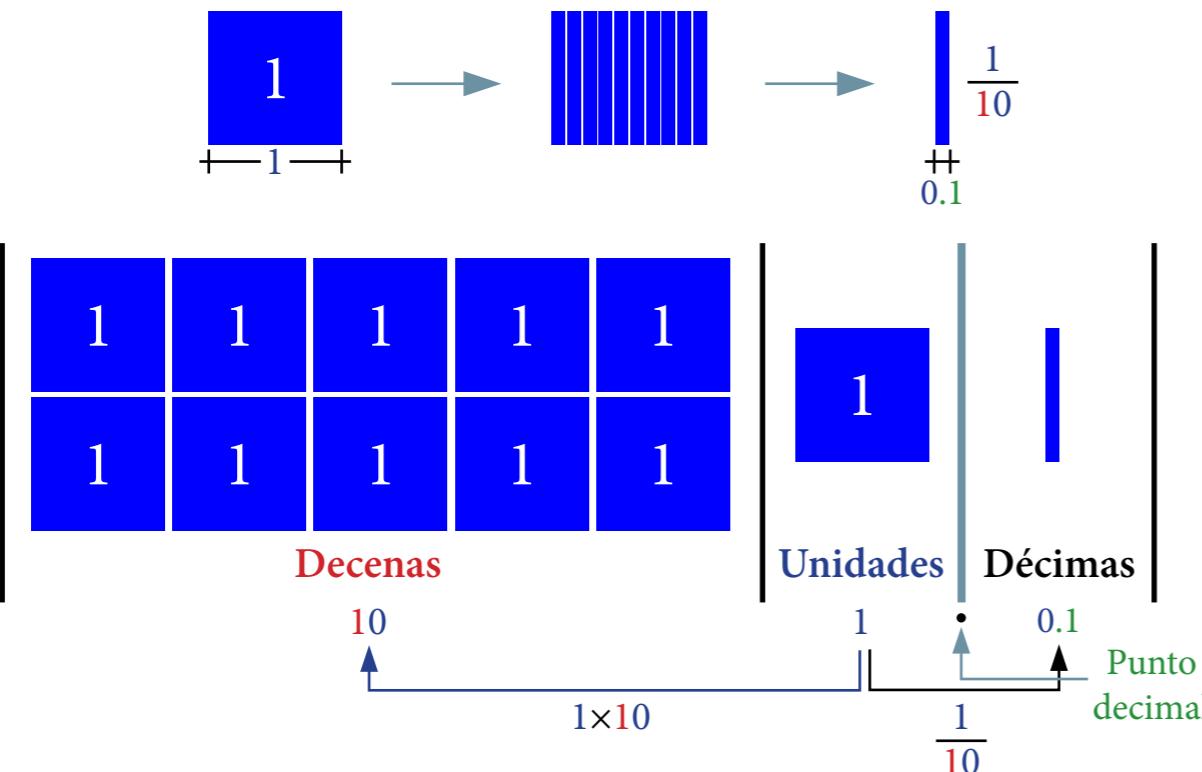
Crear columnas a la derecha de las unidades

Columna de las décimas

Si queremos crear una columna a la *derecha* de la columna de las unidades, recorremos las columnas numéricas de *izquierda* a *derecha*, por lo cual dividimos la unidad entre 10.

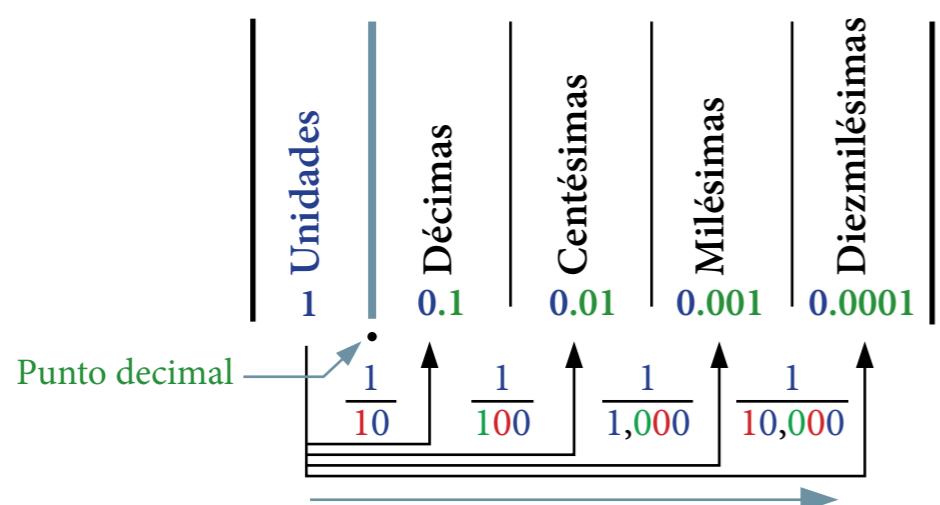
$$\frac{1}{10} = 0.1$$

Utilizando los conceptos de división y de fracción, hemos dividido en **10** partes iguales la unidad, cada parte es **una de diez** o **1 décimo de la unidad**.



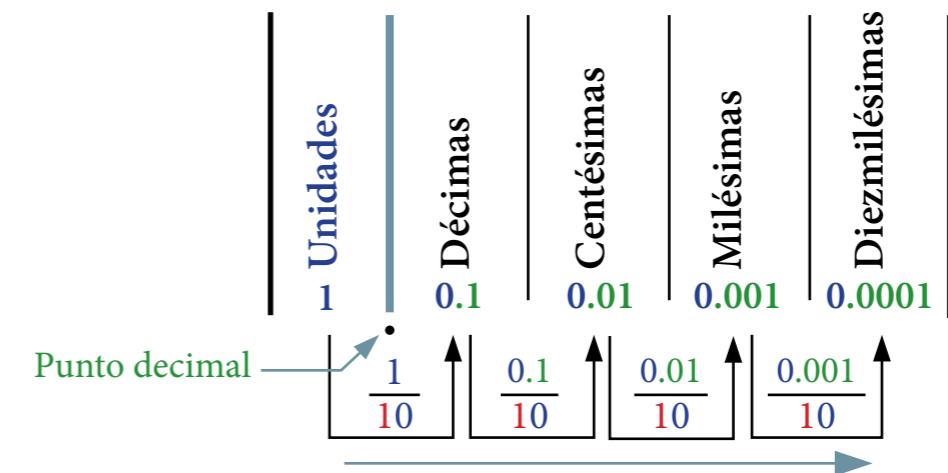
Punto decimal

El **punto decimal** nos permite diferenciar las columnas numéricas a la **izquierda** de la columna de las unidades y las columnas numéricas a la **derecha** de la columna de las unidades.



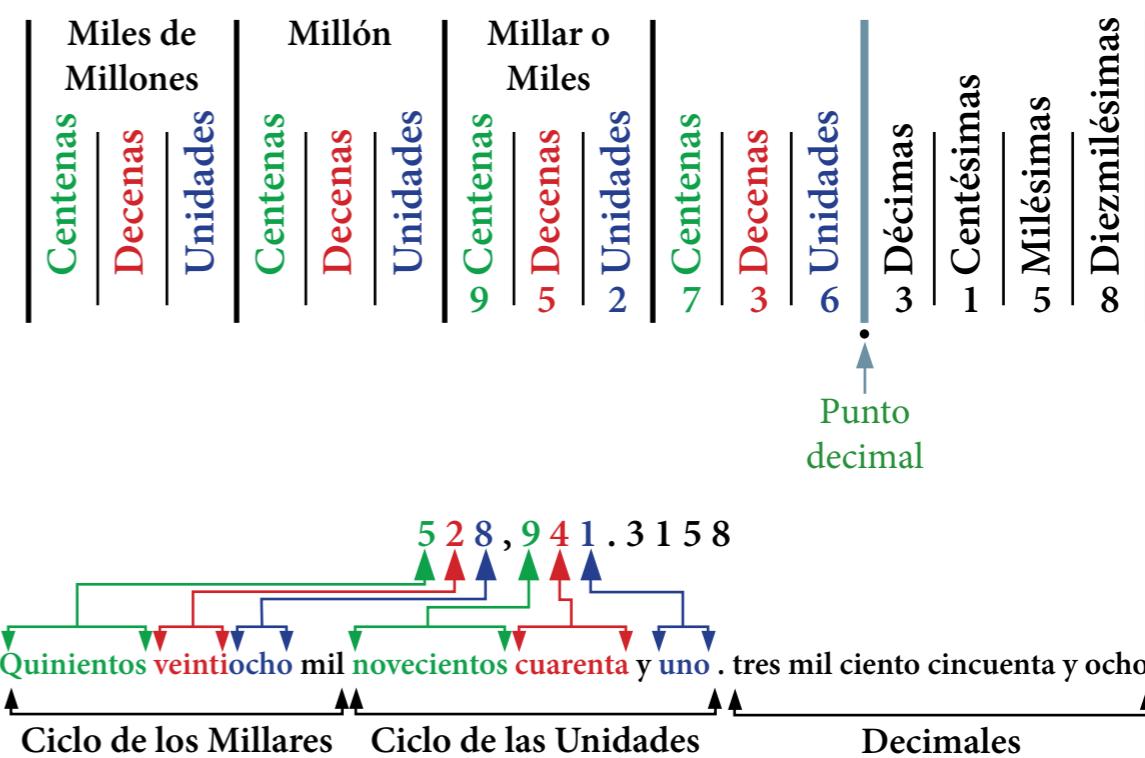
Recorriendo las columnas numéricas de **izquierda** a **derecha** **dividimos** entre **10**.

Utilizando notación decimal la división entre 10 podemos expresarla de la siguiente manera.



Columnas numéricas con decimales

A los dígitos a la **derecha** del punto decimal les llamamos **decimales**, porque al recorrer las columnas de **izquierda a derecha**, la unidad de la columna que se encuentra a la **derecha** es una **décima** de la unidad de la columna que se encuentra a la **izquierda**.

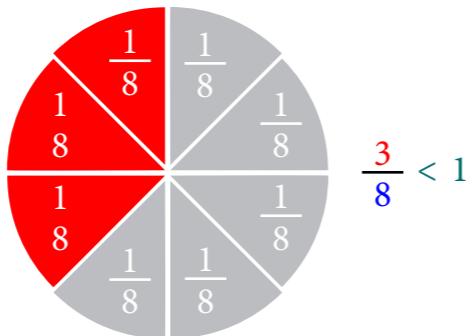
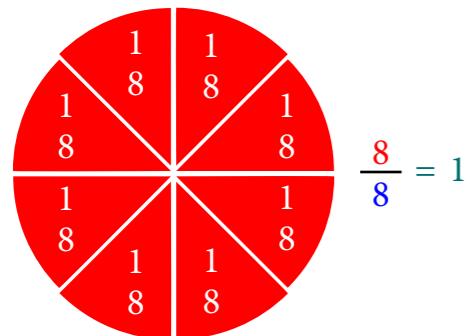


Todas las columnas numéricas, tanto a la derecha como a la izquierda del punto decimal, se comportan exactamente de la misma manera.

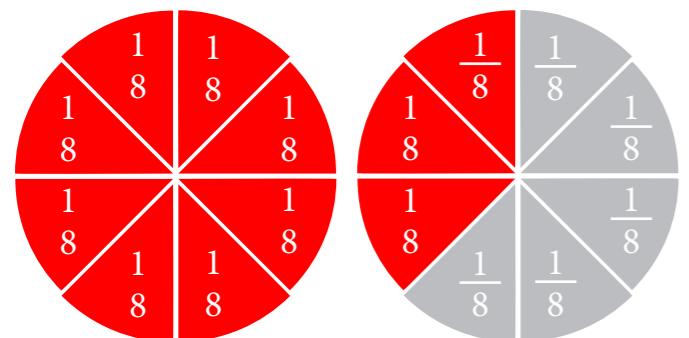
Notación de fracción y notación decimal

El valor de todas las fracciones que no son impropias es menor a uno, ya que el valor del numerador es menor que el del denominador.

Esta propiedad de las fracciones propias podemos fácilmente entenderlo y demostrarlo utilizando un círculo.



Cuando tenemos una fracción impropia, en la que el valor del numerador es mayor que el del denominador, podemos efectuar la división utilizando notación de fracción.



$$\begin{aligned}\frac{11}{8} &= \frac{8+3}{8} = \frac{8}{8} + \frac{3}{8} = 1 + \frac{3}{8} \\ \frac{11}{8} &= 1\frac{3}{8}\end{aligned}$$

Expresamos el resultado como una fracción mixta ya que no podemos dividir el residuo.

Para expresar una fracción propia cuyo valor es menor de uno sin utilizar notación de fracción, tenemos que hacerlo en notación decimal.

La notación decimal consiste en utilizar las columnas numéricas que se encuentran a la derecha del punto decimal.

La notación decimal es una manera, que en la mayoría de los casos resulta inexacta, de expresar una fracción.

La notación decimal nos será muy útil cuando estudiemos el perímetro y el área de un círculo, ya que para calcularlos tendremos que utilizar el número π , el cual no es un número racional y no puede expresarse como una fracción. A este tipo de números les llamamos irracionales. La notación decimal también es útil cuando resolvemos algunos problemas de física y química.

Quinto paso

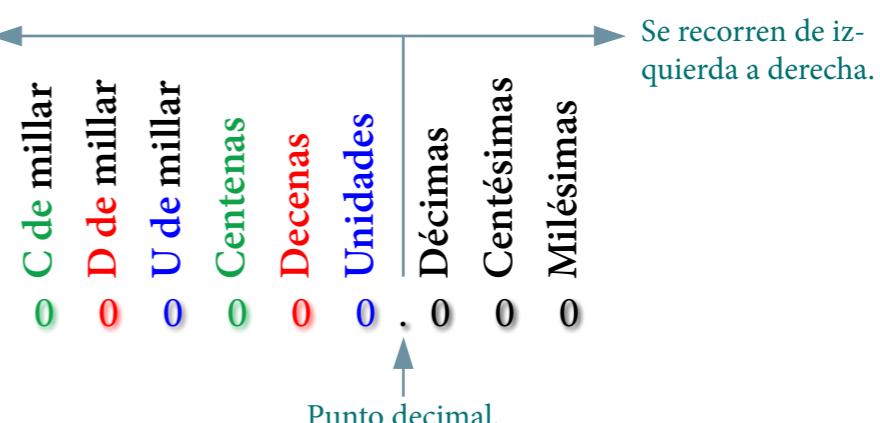
Notación decimal

Para expresar una fracción que es menor de uno sin utilizar la notación de fracción, tenemos que hacerlo en notación decimal para lo cual tenemos que utilizar un punto, al que llamamos punto decimal, y añadir columnas numéricas a la derecha de la columna de las unidades.

Columnas numéricas con decimales

A los dígitos a la derecha del punto decimal les llamamos *decimales*, porque al recorrer las columnas de izquierda a derecha, la unidad de la columna que se encuentra a la derecha es una décima de la unidad de la columna que se encuentra a la izquierda.

Se recorren de derecha a izquierda.



Para dividir una fracción cuyo numerador es menor que el denominador, expresamos el numerador en notación decimal, es decir ponemos el punto decimal a la derecha de la columna de las **unidades** y realizamos la operación de la división utilizando la casita. Recordemos que una columna vacía se representa con el dígito 0.

$$\frac{1}{2} = 0.5$$

$$\begin{array}{r} 0.5 \\ 2 \overline{)1.0} \\ -1 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{1}{3} = 0.\underline{3}\,3\,3$$

$$\begin{array}{r} 0.\underline{3}\,3\,3 \\ 3 \overline{)1.0} \\ -9 \\ \hline 1 \\ -9 \\ \hline 1 \\ -9 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\frac{2}{7} = 0.\underline{2}\,8\,5\,7$$

$$\begin{array}{r} 0.\underline{2}\,8\,5\,7 \\ 7 \overline{)2.0} \\ -1 \\ \hline 6 \\ -5 \\ \hline 4 \\ -3 \\ \hline 5 \\ -4 \\ \hline 1 \end{array}$$

Utilizando la notación de fracción efectuamos la división. El resultado lo expresamos en notación de fracción mixta.

$$\frac{68}{9} = \frac{63 + 5}{9} = \frac{63}{9} + \frac{5}{9} = 7 + \frac{5}{9} = 7\frac{5}{9}$$

Expresar el residuo en notación decimal

Para cualquier división cuyo residuo no es cero, lo podemos expresar utilizando notación decimal.

Ponemos el punto decimal a la derecha del dígito de las unidades del dividendo y añadimos tantos ceros como queramos.

$$\begin{array}{r} 7.55555 \\ 9 \overline{)68.00000} \\ -63 \\ \hline 050 \\ -45 \\ \hline 050 \\ -45 \\ \hline 050 \\ -45 \\ \hline 05 \\ -45 \\ \hline 05 \end{array} \quad R = 7.55555$$

$$\begin{array}{r} 68.85714 \\ 7 \overline{)482.00000} \\ -42 \\ \hline 62 \\ -56 \\ \hline 60 \\ -56 \\ \hline 40 \\ -35 \\ \hline 50 \\ -49 \\ \hline 10 \\ -7 \\ \hline 30 \\ -28 \\ \hline 02 \end{array} \quad R = 68.85714$$

Sexto paso

División de dos números expresados en notación decimal

Para dividir dos números expresados en notación decimal, debemos eliminar el punto decimal del divisor.

Multiplicar el numerador y el denominador de una fracción por el mismo número, no altera la fracción. Para eliminar el punto decimal del divisor multiplicamos el dividendo y el divisor, es decir el **numerador** y el **denominador** por **10, 100, 1,000**, etcétera.

$$\frac{48}{0.006} = \frac{48 \times 1,000}{0.006 \times 1,000} = \frac{48,000}{6} = 8,000$$

Tres lugares.
↑ ↑ ↑
lugares. ceros.

$$\begin{array}{r} \text{Tres} \\ \text{lugares.} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 0.006 \overline{)4 \ 8} \\ \text{Tres} \\ \text{ceros.} \end{array}$$

$$6 \overline{)4 \ 8, \ 0 \ 0 \ 0}$$

↑ ↑ ↑
lugares. ceros.

$$\begin{array}{r} 8, \ 0 \ 0 \ 0 \\ 6 \overline{)4 \ 8, \ 0 \ 0 \ 0} \\ -4 \ 8 \\ \hline 0 \ 0 \\ -0 \ 0 \\ \hline 0 \ 0 \\ -0 \ 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{0.96}{0.0002} = \frac{0.96 \times 10,000}{0.0002 \times 10,000} = \frac{9,600}{2} = 4,800$$

↑ ↑ ↑ ↑
Cuatro Cuatro
lugares. ceros.

$$\begin{array}{r} \text{Cuatro} \\ \text{lugares.} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 0.0002 \overline{)0. \ 9 \ 6} \\ \text{Cuatro} \\ \text{lugares.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)9, \ 6 \ 0 \ 0} \\ \text{Cuatro} \\ \text{lugares.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4, \ 8 \ 0 \ 0 \\ 2 \overline{)9, \ 6 \ 0 \ 0} \\ -8 \\ \hline 1 \ 6 \\ -1 \ 6 \\ \hline 0 \ 0 \\ -0 \ 0 \\ \hline 0 \ 0 \\ -0 \ 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

Para dividir dos números expresados en notación decimal, contamos las columnas numéricas (lugares) que debemos recorrer el punto decimal.

$$\begin{array}{r} \text{Tres} \\ \text{lugares.} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 0.005 \overline{)7 \ 4, \ 8 \ 9} \\ \text{Tres} \\ \text{lugares.} \end{array}$$

$$5 \overline{)7 \ 4, \ 8 \ 9 \ 0}$$

↑ ↑ ↑
lugares.

$$\begin{array}{r} 1 \ 4, \ 9 \ 7 \ 8 \\ 5 \overline{)7 \ 4, \ 8 \ 9 \ 0} \\ -5 \\ \hline 2 \ 4 \\ -2 \ 0 \\ \hline 0 \ 4 \ 8 \\ -4 \ 5 \\ \hline 0 \ 3 \ 9 \\ -3 \ 5 \\ \hline 4 \ 0 \\ -4 \ 0 \\ \hline 0 \ 0 \end{array}$$

Séptimo paso

División de dos números haciendo las restas mentalmente

Cuando el divisor tiene solamente un dígito, podemos realizar las restas mentalmente, con lo cual ahorramos un poco de tiempo.

The diagram illustrates the mental subtraction process for dividing 2,948.875 by 8. It shows the quotient digits (2, 3, 5, 9, 1) and the remainder digits (16, 075, 72, 039, 32, 071, 64, 070, 64, 060, 56, 040, 40) being derived from the dividend 2,948.875. Arrows point from each quotient digit to its corresponding remainder digit. A green arrow labeled "Haciendo la resta mentalmente." points from the first remainder digit (16) to the second (075). The quotient digits are enclosed in blue boxes, and the remainder digits are enclosed in green boxes.

$$\begin{array}{r} 2,948.875 \\ 8 \overline{)2\ 3,5\ 9\ 1.0\ 0\ 0\ 0} \\ -16 \\ \hline 075 \\ -72 \\ \hline 039 \\ -32 \\ \hline 071 \\ -64 \\ \hline 070 \\ -64 \\ \hline 060 \\ -56 \\ \hline 040 \\ -40 \\ \hline 00 \end{array}$$

Quinto Nivel de Abstracción

Octavo paso

División de dos números cuando el divisor tiene dos o más cifras

Para realizar divisiones, cuando el divisor tiene dos o más cifras, seguimos el mismo procedimiento que hemos utilizado cuando el divisor tiene una cifra.

Tomamos del dividendo tantas cifras como sea necesario, encontramos el número menor más grande que se divide entre el divisor.

$$14 \times 3 = 42$$

$\begin{array}{r} 3 \\ 14 \overline{)47,866} \\ -42 \\ \hline 058 \end{array}$

47 es el número menor más grande que se divide entre 14.

$$14 \times 4 = 56$$

$\begin{array}{r} 3,4 \\ 14 \overline{)47,866} \\ -42 \\ \hline 058 \end{array}$

$$14 \times 1 = 14$$

$\begin{array}{r} 3,41 \\ 14 \overline{)47,866} \\ -42 \\ \hline 058 \\ -56 \\ \hline 026 \end{array}$

$$14 \times 9 = 126$$

$\begin{array}{r} 3,419 \\ 14 \overline{)47,866} \\ -42 \\ \hline 058 \\ -56 \\ \hline 026 \\ -14 \\ \hline 126 \end{array}$

$$14 \times 9 = 126$$

$\begin{array}{r} 3,41 \\ 14 \overline{)47,866} \\ -42 \\ \hline 058 \\ -56 \\ \hline 026 \\ -14 \\ \hline 126 \end{array}$

$$14 \times 9 = 126$$

$\begin{array}{r} 3,41 \\ 14 \overline{)47,866} \\ -42 \\ \hline 058 \\ -56 \\ \hline 026 \\ -14 \\ \hline 126 \end{array}$

$$14 \times 9 = 126$$

$\begin{array}{r} 3,419 \\ 14 \overline{)47,866} \\ -42 \\ \hline 058 \\ -56 \\ \hline 026 \\ -14 \\ \hline 126 \end{array}$

$$14 \times 9 = 126$$

$\begin{array}{r} 3,419 \\ 14 \overline{)47,866} \\ -42 \\ \hline 058 \\ -56 \\ \hline 026 \\ -14 \\ \hline 126 \end{array}$

Noveno paso

División de dos números haciendo las restas mentalmente

Cuando el divisor tiene más de dos dígitos, también podemos efectuar las restas mentalmente.

$$\begin{array}{r} 3 \\ 82 \overline{)3,034} \\ -2\ 4\ 6 \\ \hline 0\ 5\ 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ 82 \overline{)3,034} \\ -2\ 4\ 6 \\ \hline 0\ 5\ 7\ 4 \\ -5\ 7\ 4 \\ \hline 0\ 0\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 82 \overline{)3,034} \\ -2\ 4\ 6 \\ \hline 0\ 5\ 7 \\ 6 \end{array}$$

6 para 13 es 7
y llevamos 1.
 $3 \times 2 = 6$

$$\begin{array}{r} 37 \\ 82 \overline{)3,034} \\ -2\ 4\ 6 \\ \hline 0\ 5\ 7\ 4 \\ 5\ 7\ 4 \\ 0\ 0\ 0 \\ 14 \end{array}$$

14 para 4 es 0
y llevamos 1.
 $7 \times 2 = 14$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 82 \overline{)3,034} \\ -2\ 4\ 6 \\ \hline 0\ 5\ 7\ 4 \\ 5\ 7 \\ 24 \end{array}$$

24 más 1 que llevamos
es 25 para 30 es 5.
 $3 \times 8 = 24$

$$\begin{array}{r} 37 \\ 82 \overline{)3,034} \\ -2\ 4\ 6 \\ \hline 0\ 5\ 7\ 4 \\ 5\ 7\ 4 \\ 0\ 0\ 0 \\ 56 \end{array}$$

56 más 1 que llevamos
es 57 para 57 es 00.
 $7 \times 8 = 56$

Décimo paso

División de dos números cualquiera expresados en notación decimal

Efectuamos la división escribiendo las restas y haciendo las restas mentalmente.

$$\frac{316.24}{5.7} = \frac{316.24 \times 10}{5.7 \times 10} = \frac{3,162.4}{57}$$

$$\begin{array}{r} 316.24 \\ 5.7 \overline{) } \\ \uparrow \quad \uparrow \\ \text{Una} \\ \text{columna.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 55.48 \\ 57 \overline{)3,162.40} \\ -285 \\ \hline 0312 \\ -285 \\ \hline 0274 \\ -228 \\ \hline 0460 \\ -456 \\ \hline 004 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 55.48 \\ 57 \overline{)3,162.40} \\ -312 \\ \hline 274 \\ -274 \\ \hline 004 \end{array}$$

Comprobación de la Multiplicación y la División

Quinto Nivel de Abstracción

La multiplicación y la división son operaciones inversas

Multiplicar significa agrupar el área de un cuadrado o rectángulo. Dividir es separar el área que hemos agrupado al multiplicar.

$$5 \times 9 = 45 \rightarrow \frac{45}{9} = 5 \rightarrow \frac{45}{5} = 9$$

Comprobación de la multiplicación

Si el resultado de la multiplicación, lo dividimos entre uno de los multiplicandos, obtenemos el otro multiplicando. De esta manera, podemos verificar que la multiplicación es correcta.

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 4 \\ \hline 32 \end{array} \quad \begin{array}{r} \div \rightarrow \frac{32}{4} = 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 4 \\ \hline 32 \end{array} \quad \begin{array}{r} \div \rightarrow \frac{32}{8} = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 58 \\ \times 62 \\ \hline 116 \\ 348 \\ \hline 3,596 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 62 \mid 3,596 \\ 496 \\ \hline 000 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 58 \mid 3,596 \\ 116 \\ \hline 000 \end{array}$$

Comprobación de la división

Si multiplicamos el divisor por el resultado de la división, obtenemos el dividendo.

Divisor. $\rightarrow 7 \overline{)42}$
Dividendo.

Dividendo. $\rightarrow \frac{42}{7} = 6$
Divisor. $\rightarrow 7 \times 6 = 42$

$$\begin{array}{r} 67 \\ \times 67 \\ \hline 581 \\ 581 \\ \hline 5,561 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 83 \mid 5,561 \\ 581 \\ \hline 000 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 83 \mid 5,561 \\ 498 \\ \hline 5561 \end{array}$$