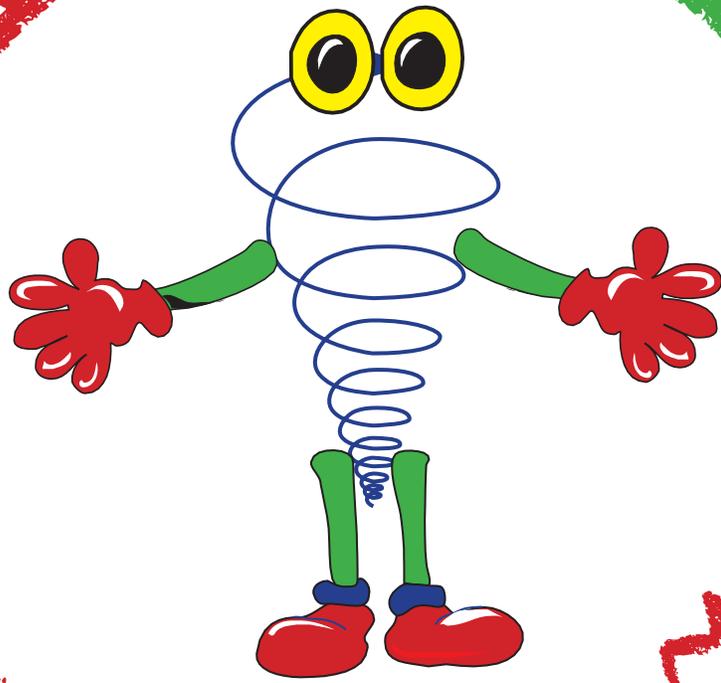


ART METAL
CANTO



Aritmética
Cuarto Año
Cuarto y Quinto Niveles de Abstracción
José Luis Moreno Aranda

Grupo Mathematiké, SA de CV
Prohibido Reproducir
Todos los Derechos Reservados
Impreso en México
2021

Contenido

Contenido

Introducción

La pedagogía de la espiral ascendente de las matemáticas	7
La estrategia pedagógica consiste en cinco pasos	7
Material didáctico Mathematiké	8
Objetivo del libro	8
Cómo está organizado el libro	8
Niveles en la apropiación del conocimiento matemático	8
Nuestra página en Internet	8

Capítulo 1

Dinámica Básica del Sistema de Numeración Decimal

La cantidad de números que podemos crear es infinita	11
Las columnas numéricas	11

Capítulo 2

Dinámica Básica del Sistema de Numeración Decimal

El número 1	31
Con el número 1 y las columnas numéricas construimos todos los números	31
Los números naturales	32
Recorrer las columnas numéricas de derecha a izquierda	34
Recorrer las columnas numéricas de izquierda a derecha	35
Columnas numéricas a la derecha de la columna de las unidades	38
Columnas numéricas con decimales	39
División con decimales	39
El dígito 1, los dígitos primos y los no primos	40
Clasificación de los nueve dígitos	40
Los números naturales	40
Clasificación de los números naturales	40
Los números primos	40
Primera definición de número primo	41
Teorema fundamental de la aritmética	42
Factores primos de un número no primo	42
Los factores primos dividen en forma exacta al número	43

Números pares	43
Números impares	45
Los números impares terminan en 1, 3, 5, 7 y 9	45
Propiedades de la suma, resta y multiplicación de números pares e impares	47
Divisibilidad de los Números	
Números divisibles entre 2	50
Números divisibles entre 3	50
Números divisibles entre 4	51
Números divisibles entre 5	52
Números divisibles entre 6	53
Números divisibles entre 9	54
Números divisibles entre 10	55
Resumen de la divisibilidad de números	56
Números primos y no primos	57
Segunda definición de número primo	57
Tabla de números primos de Eratóstenes	57
Múltiplos de un número	58
Múltiplos de los números primos del 2 al 11	58
Análisis de los múltiplos de números primos	58
Tabla de números primos	58
Común múltiplo de dos o más números	59
Los múltiplos de un número se dividen en forma exacta entre el número	59
El mínimo común múltiplo	60
Capítulo 3	
Ábaco Tipo Japonés	
El ábaco	67
Ábaco Japonés	67
Desarrollo del Algoritmo de la Suma y la Resta	
Ábaco Japonés	
Sumas y restas utilizando el ábaco	71
Primer paso	71
Segundo paso	73
Tercer paso	75
Cuarto paso	76
Quinto paso	77
Sexto paso	79
Desarrollo del Algoritmo de la Suma y la Resta	
Números Enteros y Decimales	
Sumas de cualquier número natural	82
Restas de cualquier número natural	88
Suma y resta de números decimales	91
Problemas de Aplicación	
Capítulo 4	
Desarrollo del Algoritmo de la Multiplicación	
La multiplicación con cuadrícula, sin cuadrícula y en notación compacta	101
La multiplicación en notación compacta haciendo las sumas mentalmente	109
Multiplicación en notación decimal	118

Multiplicación de dos números en notación decimal	119
Problemas de Aplicación	
Capítulo 5	
Desarrollo del Algoritmo de la División	
La división utilizando notación de fracción y la casita o galera	131
Expresar una fracción en notación decimal	142
División con decimales	147
División con decimales	148
División de dos números haciendo las restas mentalmente	154
Problemas de Aplicación	
Capítulo 6	
Desarrollo del Algoritmo de la Suma y Resta de Fracciones	
Sumar y restar fracciones utilizando el método tradicional	165
Descomponer un número no primo en sus factores primos	171
Algoritmo para descomponer un número no primo en sus factores primos	171
Factores primos de un número no primo	174
Mínimo común múltiplo	176
Algoritmo para encontrar el mínimo común múltiplo	176
Mínimo común denominador	178
Problemas de aplicación de fracciones	190
Problemas de Aplicación	
Capítulo 7	
Rectas	
Escuadras y regla	199
La recta	199
Tipos de recta	199
Relación entre las rectas	199
Polígonos	
Definición de un polígono	202
Tipos de polígonos de acuerdo al tamaño de sus lados	202
Tipos de polígonos de acuerdo al número de sus lados	202
Clasificación de los polígonos de tres a ocho lados	203
Triángulos	203
Tipos de cuadriláteros	203
Tipos de cuadriláteros	206
Área de un cuadrado y de un rectángulo	207
Altura de un romboide	209
Área de un romboide	209
Triángulos	
Clasificación de los triángulos de acuerdo al polígono del que proceden	211
Clasificación de los triángulos de acuerdo al tamaño de sus lados	211
Área de un triángulo	212
Área de cualquier polígono que contiene triángulos y cuadriláteros	217

Capítulo 8

Sistema Métrico Decimal

Característica del sistema métrico decimal	221
El metro	221
Conversión de unidades de longitud en el sistema métrico decimal	222
El metro cúbico	226
Conversión de unidades de volumen en el sistema métrico decimal	227
El litro	228
Definición de litro	228
Conversión de unidades de volumen en el sistema métrico decimal	228
El kilogramo	231
Definición de kilogramo	231
El gramo	231
Conversión de unidades de peso en el sistema métrico decimal	233

Sistema Métrico Decimal

Característica del sistema sexagesimal	235
Característica del sistema sexagesimal	235
Conversión de unidades en el sistema sexagesimal	236

Capítulo 9

Volumen de Poliedros

Prismas	243
Poliedro	244
Volumen de un prisma	245
Volumen de un prisma de base irregular	246

Capítulo 10

Sistema Romano de Numeración

Números romanos	253
Símbolos utilizados en los números romanos	253
Multiplicar por mil	254
Procedimiento para escribir números romanos	254

Apéndice

Material Didáctico

Instrucciones para recortar el material	261
Instrucciones para recortar el material	261
Tabla de referencia rápida de la multiplicación	263
Tabla de referencia rápida de la división	265
Suma y resta de fracciones	267
Figuras geométricas	269
El litro	279
Tabla de referencia rápida unidades de medición	285
Volumen de un prisma irregular	287

Introducción

La pedagogía de la espiral ascendente de las matemáticas

Este libro de texto ha sido elaborado utilizando la Pedagogía de la Espiral Ascendente para la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas.

Esta pedagogía tiene como marco filosófico referencial una filosofía humanista, es decir, tiene como único objetivo promover las capacidades que identifican a un ser como humano: la imaginación, la inteligencia, la creatividad, la libertad, etcétera.

Por lo cual, el plan estratégico de este libro ha sido diseñado pensando únicamente en la promoción humana de los estudiantes que ahora transitan por los salones de clase.

Esta metodología pedagógica consiste en un proceso de cinco pasos que se repiten cada vez que introducimos un nuevo concepto matemático. En nuestra página de Internet se encuentra una explicación detallada de esta novedosa metodología.

La estrategia pedagógica consiste en cinco pasos

1. Contextualizar el conocimiento

Se define claramente qué concepto matemático vamos a estudiar y se coloca sobre la espiral ascendente del conocimiento, es decir, consiste en verificar que el estudiante se ha apropiado ya de los conceptos previos necesarios para saber con precisión cuál será el siguiente concepto que estudiaremos, ya que los conceptos no son entes aislados que aparecen de repente, sino que son como ladrillos que para formar una barda se colocan para soportar a los que estarán encima de ellos.

2. Entender

A través de una estrategia pedagógica adecuada, el estudiante utiliza sus sentidos: debe tocar, ver, oír, oler o gustar el concepto para que al extraer datos inquiera e imagine, y así pueda captar la unidad inteligible de esos datos y, por lo tanto, los entienda. Usando la geometría como hilo conductor en el estudio de las matemáticas hemos podido utilizar imágenes y material didáctico manipulable para la apropiación de los principales conceptos de las matemáticas.

3. Demostrar

Cuando el alumno logra entender y, por lo tanto, puede formular con sus propias palabras el concepto, entonces se pregunta si lo que entendió es verdadero. Cuando el estudiante utiliza el conocimiento matemático que hasta este momento ha adquirido, demuestra el concepto y llega a la comprensión total.

4. Aplicar, crear

Al aplicar el conocimiento, el alumno desarrolla o crea el algoritmo que le permite realizar operaciones o resolver problemas en forma ordenada y eficiente. Sin embargo, no basta sólo con que el alumno deduzca el algoritmo correspondiente sino que también es indispensable que desarrolle la habilidad y acumule la experiencia necesaria para el planteamiento y resolución de ese tipo de problemas.

5. Evaluar

La evaluación se hace en dos sentidos. Primero se verifica si el estudiante se apropió del concepto matemático estudiado, así como desarrolló la habilidad y acumuló la experiencia necesaria en el planteamiento y resolución de problemas. Después se debe evaluar la forma en la cual hemos expuesto al alumno al concepto, es decir, nuestro propio trabajo como maestros.

Material didáctico Mathematiké

El material didáctico Mathematiké ayuda a los estudiantes a aplicar sus sentidos para que en forma sencilla, amena y divertida entiendan y demuestren el concepto que estudian.

Objetivo del libro

Este libro de texto y de trabajo tiene como objetivo ayudar a los niños a apropiarse de los conceptos aritméticos y geométricos, que les permitan crear sus propios algoritmos para resolver las operacio-

El uso continuo de los juegos, posibilita a los alumnos a desarrollar la habilidad en la aplicación de los conceptos

nes básicas con números enteros y fraccionarios, y desarrollar la habilidad para hacer operaciones, tanto mentalmente como utilizando los algoritmos que ellos mismos han construido.

Cómo está organizado el libro

Este libro corresponde al cuarto y quinto niveles de abstracción.

Está organizado por conceptos y sus aplicaciones.

Capítulos 1 y 2

Después de hacer un repaso del nivel 3, se introducen los números primos, el teorema fundamental de la aritmética y la divisibilidad de los números no primos.

Capítulo 3

Continuamos construyendo el algoritmo de la suma y resta de números enteros y decimales.

Capítulo 4

Construimos el algoritmo de la multiplicación de números enteros y decimales.

Capítulo 5

Abordamos el algoritmo de la división de números enteros y decimales.

Capítulo 6

Aplicando la descomposición de los números no primos en sus factores primos, construimos el algoritmo de la suma y resta de fracciones.

Capítulo 7

Estudiamos geometría plana: rectas, polígonos y triángulos. Perímetro y área.

Capítulo 8

Introducimos el sistema métrico decimal y la conversión de unidades.

Capítulo 9

Volumen de prismas regulares e irregulares.

Niveles en la apropiación del conocimiento matemático

La Pedagogía de la Espiral Ascendente del Conocimiento para la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, propone que el alumno vaya consolidando niveles de abstracción y el desarrollo de las habilidades que el nivel requiere.

Para que los estudiantes vayan penetrando en el

fascinante mundo de la abstracción matemática, sin dar brincos y gozando el conocimiento que van adquiriendo, recomendamos fuertemente, no pasar al siguiente nivel de abstracción hasta que el maestro ya ha verificado que los alumnos están preparados para hacerlo.

Nuestra página en Internet

Con el objeto de tener una vía de comunicación directa entre los maestros, los alumnos y el grupo de investigadores que hacemos esta propuesta educativa, el proyecto de investigación en la enseñanza de las matemáticas Mathematiké tiene una página en el internet: www.mathematike.org.

En este sitio, presentamos con mucho más detalle la Pedagogía de la Espiral Ascendente del Conocimiento, la lista completa y actualizada del material didáctico y de los libros de texto y de trabajo. Es nuestro compromiso mantener siempre al día nuestra propuesta educativa, por lo cual, la comunicación con ustedes los maestros, nos es de vital importancia.